

# 球面共形天线阵列的稀布优化方法

杨继波, 李会勇, 陈客松, 何子述  
(电子科技大学电子工程学院, 611731, 成都)

**摘要:** 为了抑制球面阵列峰值旁瓣电平, 提出了一种基于改进遗传算法的阵元球面稀布优化算法 (ESSA). 首先采用遗传算法染色体对阵元位置信息进行特征提取, 并利用染色体的交叉、变异对位置信息进行优化重组, 然后将重组前后的阵元位置信息合并成新的种群, 最后在迭代过程中根据遗传算法适应度函数对阵元分布进行优化选择, 从而建立最优阵元分布模型. 与阵元球面均匀分布方法相比, ESSA 具有更大的阵元分布空间. 仿真实验表明, 经过遗传算法优化后所得最优阵元分布模型的峰值旁瓣电平较优化前约降低 2.6 dB, 实验结果证明了 ESSA 可完全实现阵元可分布空间的随机寻优.

**关键词:** 球面阵列; 遗传算法; 球面稀布优化算法; 旁瓣电平

**中图分类号:** TN820.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)04-0077-05

## An Optimization Method for Sparse Spherical Conformal Arrays

YANG Jibo, LI Huiyong, CHEN Kesong, HE Zishu

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** An element spherical sparse algorithm (ESSA) based on a modified genetic algorithm (GA) is proposed to reduce the maximum relative side lobe level of spherical arrays. Features of the elements positions are extracted by using the chromosomes of GA, and the information of elements positions is restructured by means of crossover and mutation, then a new group is generated by merging new information of elements positions. Finally, the best elements positions distribution is generated from the fitness in iteration process, and the optimization model is obtained. ESSA has more degrees of freedom compared with the uniform elements distribution. Simulation results show that the proposed method reduces the maximum relative side lobe level by about 2.6 dB. It is shown that ESSA absolutely realizes randomly seeking in the solution space.

**Keywords:** spherical arrays; genetic algorithm; element spherical sparse algorithm; side lobe level

相比于平面阵列, 球面阵列的应用可以使载体获得更好的空气动力学性能, 更大的天线增益, 并且在大扫描角下能有效地改善天线的失配损耗, 所以球面共形阵列在导弹、飞机、卫星等运动载体中具有重要的应用价值. 为保证球面共形阵列有高的空间分辨率、低的副瓣特性等性能, 本文采用优化稀布天

线单元位置的方法来设计球面天线阵.

稀布天线阵阵元位置优化是复杂的非线性优化过程<sup>[1-5]</sup>, 目前已经出现如模拟固体退火降温过程的模拟退火算法,<sup>[3]</sup> 模拟鸟类觅食行为的粒子群算法<sup>[4]</sup> 以及基于达尔文生物进化论与 Mendel 的遗传学的遗传算法 (GA)<sup>[1-2, 5]</sup> 等综合方法, 它们都属于群

体智能优化算法,同样面临着如何避免出现早熟、陷入局部最优解等问题.其中,由于遗传算法中遗传算子的可操作性强,能有效地避免上述问题,故在阵列天线设计等电磁学问题中得到了广泛应用,但对于多约束下的稀布球面阵综合问题,至今还未查到国内外文献报道过基于遗传算法的实现,这是因为阵元的球面稀布是一个在一定约束条件下的随机稀布、寻优问题,遗传算法的应用会遇到诸如怎样找到可行解,如何避免不可行解在遗传操作后的子代中出现,以及计算量大等不少实际的困难.本文提出了一种新颖的解向量表示法,有效地解决了上述问题.

## 1 优化模型

阵元布置的范围为:方位角  $\varphi \in [0, \pi/2]$ , 俯仰角  $\theta \in [0, \pi/2]$ , 阵元数为  $N$ , 3 个顶点处固定阵元以保证阵列孔径不变,  $N$  的最大值取决于球面半径  $R$  及相邻阵元的最小间距  $d_{\min}$ . 为了便于数学推导,文中阵元位置  $d_i$  用复数  $\theta_i + j\varphi_i$  来表示,其中实部  $\theta_i$  表示阵元的俯仰角,虚部  $\varphi_i$  表示方位角. 利用遗传算法优化的任务是寻找阵元位置向量的近似最优解  $\mathbf{D}_0 = [d_1, d_2, \dots, d_N]^T$ . 球面共形阵列示意图如图 1 所示.

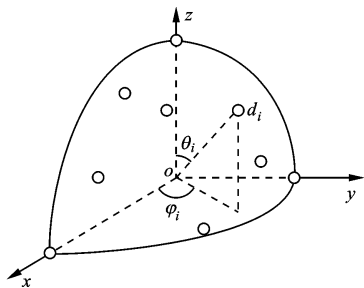


图 1 球面共形阵列示意图

### 1.1 建立满足约束条件的阵元位置向量

为了简化操作,将最小阵元间距  $d_{\min}$  转化为相邻两阵元沿俯仰角方向和方位角方向的最小间距容易证明,这样的变换能满足最小阵元间距的约束.

为了能够在尽可能地提高阵元分布自由度的同时,满足最小阵元间距约束,本文对阵元的分布区域进行了预划分,并对不同区域可分布阵元数进行了预计算.

首先,利用垂直于  $oz$  轴的纬弧 1, 纬弧 2, ..., 纬弧  $M$  分割球面,如图 2 所示.

球面上的纬弧数  $M$  可用下式计算

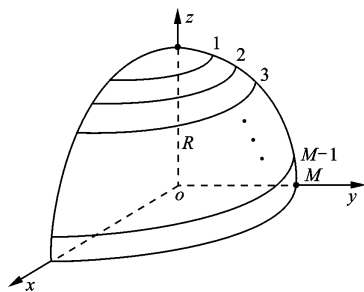


图 2 天线阵元分布区域的预划分

$$M = \begin{cases} \left\lfloor \frac{\pi/2}{d_{\min}/R} \right\rfloor, & \left\lfloor \frac{\pi/2}{d_{\min}/R} \right\rfloor \text{ 为偶数} \\ \left\lfloor \frac{\pi/2}{d_{\min}/R} \right\rfloor - 1, & \left\lfloor \frac{\pi/2}{d_{\min}/R} \right\rfloor \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示下取整;  $R$  为球面半径;  $d_{\min}$  为阵元间最小间距.

图 3 为球面的  $oyz$  切面图,其中  $r_i$  为第  $i$  个纬弧的半径,  $\theta_o$  为两纬弧间的球心夹角

$$\theta_o = \frac{\pi/2}{M} \quad (2)$$

$$r_i = R \sin(i\theta_o), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

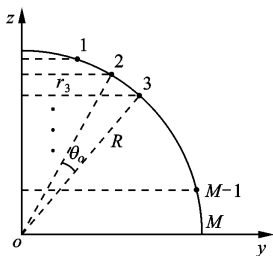


图 3 球面的  $oyz$  切面图

图 4 为第  $i$  个纬弧上的阵元稀布图,  $K_i$  为第  $i$  个纬弧上最多可稀布的阵元个数

$$K_i = \left\lfloor \frac{\pi/2}{d_{\min}/r_i} \right\rfloor + 1, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

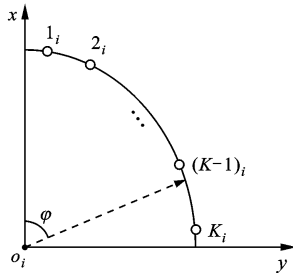


图 4 第  $i$  个纬弧上的阵元稀布图

令阵元位置坐标向量为  $\mathbf{D} = [d_1, d_2, \dots, d_N]^T$ ,

$N=K_1+K_3+K_5+\dots+K_{M-1}$ ,即只在序号为奇数的维弧上布置阵元.由几何学知识可知,球面中俯仰面和方位面上阵元的最小间距约束  $d_{\min}$  可以进一步转化为角度的约束,即可以满足最小俯仰角  $\theta_{\min}$  和最小方位角  $\varphi_{\min,i}$  ( $\varphi_{\min,i}=d_{\min}/r_i, i=1,3,\dots,M-1$ ) 的约束.

(1)将  $\mathbf{D}$  的虚部元素取出得到向量  $\boldsymbol{\varphi}$ ,  $\boldsymbol{\varphi}$  可分解为随机向量  $\mathbf{X}$  与常向量  $\mathbf{C}_{\text{im}}$

$$\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_{1_1}, \varphi_{2_1}, \dots, \varphi_{K_1}, \varphi_{1_3}, \varphi_{2_3}, \dots, \varphi_{K_3}, \dots, \varphi_{1_{(M-1)}}, \varphi_{2_{(M-1)}}, \dots, \varphi_{K_{(M-1)}}]^T \quad (5)$$

令  $\varphi_{k_i} = x_{k_i} + (k-1)\varphi_{\min,i}, k=1,2,\dots,K_i, i=1,3,\dots,M-1$ , 则

$$\mathbf{X} = [x_{1_1}, x_{2_1}, \dots, x_{K_1}, x_{1_3}, x_{2_3}, \dots, x_{K_3}, \dots, x_{1_{(M-1)}}, x_{2_{(M-1)}}, \dots, x_{K_{(M-1)}}]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{C}_{\text{im}} = [0, \varphi_{\min,1}, \dots, (K_1-1)\varphi_{\min,1}, 0, \varphi_{\min,3}, \dots, (K_3-1)\varphi_{\min,3}, \dots, 0, \varphi_{\min,(M-1)}, \dots, (K_{M-1}-1)\varphi_{\min,(M-1)}]^T \quad (7)$$

如果向量  $\mathbf{X}$  中的元素满足  $x_{1_i} \leq x_{2_i} \leq \dots \leq x_{K_i} \leq \frac{\pi}{2} - (K_i-1)\varphi_{\min,i}, i=1,3,\dots,M-1$ , 则可以满足方位角最小相差  $\varphi_{\min,i}$  的约束.位置变量所对应的方位角度的可行解空间由原来的  $[0, \pi/2]$  减小为  $[0, \pi/2 - (K_i-1)\varphi_{\min,i}]$ , 由此减小了 GA 搜索的解空间, 提高了运算效率.

(2)将  $\mathbf{D}$  的实部元素取出得到向量  $\boldsymbol{\theta}$ ,  $\boldsymbol{\theta}$  可分解为随机向量  $\mathbf{Y}$  与常向量  $\mathbf{C}_{\text{re}}$

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_{1_1}, \theta_{2_1}, \dots, \theta_{K_1}, \theta_{1_3}, \theta_{2_3}, \dots, \theta_{K_3}, \dots, \theta_{1_{(M-1)}}, \theta_{2_{(M-1)}}, \dots, \theta_{K_{(M-1)}}]^T \quad (8)$$

令  $\theta_{k_i} = y_{k_i} + i\theta_{\min}, i=1,3,\dots,M-1, k=1,2,\dots,K_i$ , 则

$$\mathbf{Y} = [y_{1_1}, y_{2_1}, \dots, y_{K_1}, y_{1_3}, y_{2_3}, \dots, y_{K_3}, \dots, y_{1_{(M-1)}}, y_{2_{(M-1)}}, \dots, y_{K_{(M-1)}}]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_{\text{re}} = [\theta_{\min}, \theta_{\min}, \dots, \theta_{\min}, 3\theta_{\min}, 3\theta_{\min}, \dots, 3\theta_{\min}, \dots, (M-1)\theta_{\min}, (M-1)\theta_{\min}, \dots, (M-1)\theta_{\min}]^T \quad (10)$$

向量  $\mathbf{Y}$  中的元素满足  $y_{k_i} = r\theta_{\min}, k=1,2,\dots,K_i, i=1,3,\dots,M-1$ , 其中  $r$  表示  $[0,1]$  之间的随机扰动量.由于在引入  $r$  之前,阵元分布于序号为奇数的纬弧上,保证了俯仰方向阵元最小间距为  $2\theta_{\min}$ , 故即使引入扰动量  $r\theta_{\min}$ , 仍能保证俯仰角方向的最小阵元间距约束.同理,约束向量  $\mathbf{C}_{\text{re}}$  的引入亦减小了 GA 的寻解空间, 而且扰动向量的引入增加了阵

元分布的多样性, 更有利于得到阵元的最优分布.

(3)在上述基础上为保证阵列孔径,需在球面的3个顶点处固定3个阵元,最终得到满足口径及最小阵元间距约束的阵元位置初始向量  $\mathbf{D}$ .

## 1.2 建立 GA 个体评价函数——适应度函数

GA<sup>[6]</sup>是借鉴生物的自然选择和遗传进化机制开发出的全局优化自适应概率搜索算法. GA 一般是从一个初始群体开始,根据自适应函数评价每个个体优劣,经过选择、交叉、变异操作,产生新一代群体,群体经一代代进化,直至达到给定的精度或遗传代数.它是只需要利用评价函数信息的随机优化自适应方法,适用于不连续、强参数约束和有多多个局部极值的高维问题.

适应度函数是评判个体优劣的标准,建立适应度函数的步骤如下.

(1)建立方向图函数.当主瓣指向为  $(\theta_0, \varphi_0)$  时,球面阵列的方向图函数<sup>[7]</sup>为

$$F_E(\theta, \varphi, \theta_0, \varphi_0) =$$

$$\sum_{n=0}^N f_n(\theta, \varphi) A_n \exp\{jkR[\sin\theta_n(\sin\theta(\cos(\varphi - \varphi_n)) - \sin\theta_0(\cos(\varphi_0 - \varphi_n))) + (\cos\theta_n \cos\theta - \cos\theta_n \cos\theta_0)]\} \quad (11)$$

式中:  $k=2\pi/\lambda$  为波数;  $\theta_n$  为阵元俯仰角;  $\varphi_n$  为阵元方位角.本文中选取的阵元均为全向性阵元,即  $f_n(\theta, \varphi)=1, A_n=1$ .

(2)建立适应度函数.适应度函数可表示为整个  $(\theta, \varphi)$  平面的最大相对旁瓣电平,即

$$f_{\max}(\mathbf{D}) = \max\left\{\left|\frac{F_E(\theta, \varphi, \theta_0, \varphi_0)}{F_{\text{Emax}}}\right|\right\} \quad (12)$$

式中:  $F_{\text{Emax}}$  为主瓣最大值;  $\theta, \varphi$  所对应的范围为除主瓣外的所有旁瓣区域.

最优化过程可描述为

$$f(\mathbf{D}_0) = \min\{f_{\text{itness}}(\mathbf{D}_1), f_{\text{itness}}(\mathbf{D}_2), \dots\} \quad (13)$$

## 2 GA 流程

为了更加清晰直观地描述 GA 操作的具体过程,采用流程图的形式对 GA 算法进行表述,如图 5 所示.

遗传操作预处理:将个体向量  $\mathbf{F}_0$  减去约束向量  $\mathbf{C}$  得到便于遗传操作的新个体向量的处理过程.

遗传操作后处理:将经过遗传操作后得到的新个体加上约束向量  $\mathbf{C}$  形成阵元的位置向量的处理过程.

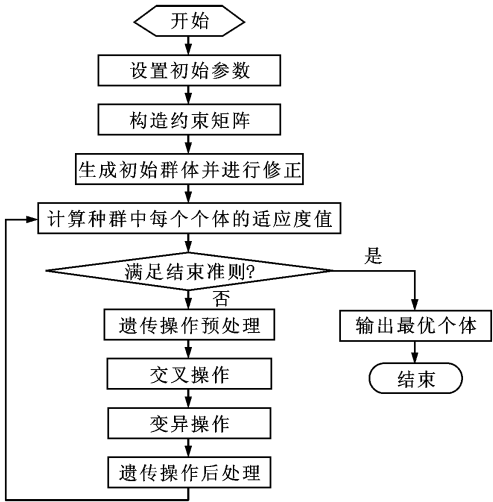


图5 遗传算法流程图

3 仿真实例及其证明

设球面阵列的半径  $R=2\lambda$ ,  $\lambda$  为波长, 俯仰角

$\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$ , 方位角  $\varphi \in [0^\circ, 90^\circ]$ , 令主波束指向为  $(\theta_0, \varphi_0) = (60^\circ, 60^\circ)$ , 总阵元数为 15, 两阵元间的最小间距约束为  $d_{\min} \geq 0.5\lambda$ . GA 的基本参数选择如下: 种群数为 50, 采用截断选择法, 截断阈值为 50%, 交叉概率为 0.5, 变异概率为 0.01, 终止代数数为 300, 初始群体生成和变异时采用均匀分布随机数生成器, 为保证收敛, 还采用了最佳保留选择机制. 经过 5 次仿真得到的最优个体分布由表 1 给出, 它所对应的全平面的峰值旁瓣电平为  $-11.1205\text{ dB}$ .

图 6 为 5 次仿真实验峰值旁瓣电平的收敛曲线. 每次实验均在 150 代后趋于收敛, 说明了 GA 在解决稀疏阵列优化问题中既避免了早熟问题又保证了算法的稳健性和有效性. 5 次实验得到的最优分布所对应的立体方向图如图 7 所示. 图 8、图 9 分别为  $\theta_0$  平面和  $\varphi_0$  平面所对应的切面方向图, 分别从方位角和俯仰角方向更加清晰地显示了阵列的辐射特性. 从图 8、图 9 可以直观地观察到方向图的主瓣宽度以及峰值旁瓣电平的高度.

表1 最优个体分布

| 天线序号               | 1   | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   |
|--------------------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\theta/(^\circ)$  | 0.0 | 28.3 | 21.8 | 50.6 | 46.7 | 56.9 | 54.3 | 55.4 | 90.0 | 75.4 | 85.2 | 87.8 | 75.0 | 79.3 | 90.0 |
| $\varphi/(^\circ)$ | 0.0 | 21.6 | 78.8 | 0.9  | 25.7 | 47.3 | 68.1 | 88.6 | 0.0  | 14.9 | 30.1 | 45.0 | 59.9 | 75.0 | 90.0 |

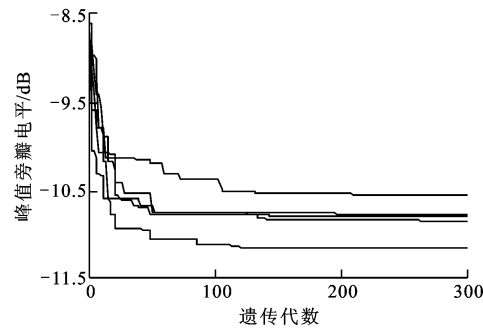


图6 峰值旁瓣电平优化曲线

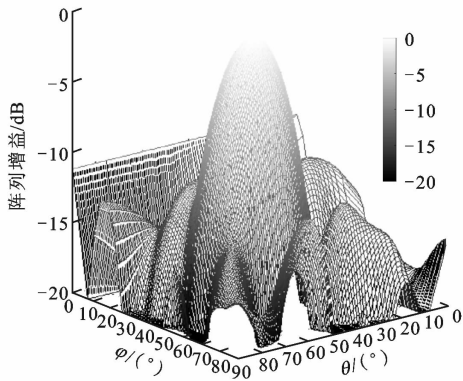


图7 最优个体对应的方向图

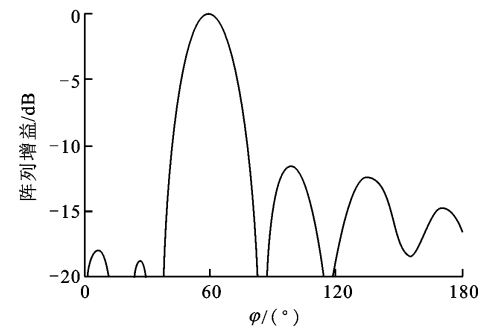


图8 方向图在  $\theta_0$  面的切面图

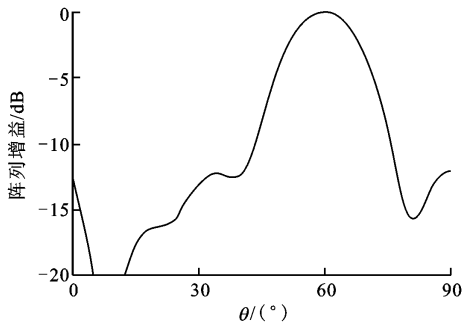


图9 方向图在  $\varphi_0$  面的切面图

图10为最优个体的阵元在共形球面上的分布模型。本文对此模型进行了进一步的论证,结果显示任意相邻两阵元间的最小间距为 $0.525\lambda$ ,满足最小阵元间距约束条件,因此本文所提出的球面共形天线阵列阵元稀布优化算法为有效的。

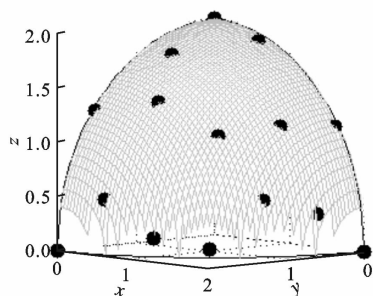


图10 最优个体的阵元在共形球面上的分布模型

## 4 结 论

本文所涉及的可分布阵元数为满足约束条件下的最多可分布阵元数,工程设计中,可根据需要适当减少阵元数目,以降低天线成本。实际应用中,多数天线单元都具有一定的方向性,且阵元间具有一定的互耦效应,本文主要针对天线位置对球面阵列天线辐射特性的影响展开讨论,故假设阵元为全向阵元,且通过设置阵元间最小间距,忽略了阵元间的互耦。在下一步的研究中将逐步引入天线方向性及阵元间的互耦等实际问题,以对球面阵列天线辐射特性进行更加深入的研究。

### 参考文献:

- [1] 陈客松,何子述. 利用GA实现非对称稀疏线阵旁瓣电平的优化[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(4): 987-990.  
CHEN Kesong, HE Zishu. Sidelobe reduction of asymmetric linear thinned arrays using genetic algorithm [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2007, 29(4): 987-990.
- [2] HAUPT R L. Thinned arrays using genetic algorithms [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1994, 42(7): 993-999.
- [3] ANDREA T. Synthesizing asymmetric beam patterns

- [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2000, 25(3): 347-350.
- [4] KOSMAS V D, ZAHARIAS D Z, DIMITRA G K. Thinned planar array design using Boolean PSO with velocity mutation [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2009, 45(3): 1490-1493.
- [5] 魏平,徐成贤,段成德. 全局智能优化集成算法研究[J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(12): 60-64.  
WEI Ping, XU Chengxian, DUAN Chengde. Integrated intelligent algorithms for global optimization [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(12): 60-64.
- [6] 王小平,曹立明. 遗传算法: 理论、应用与软件实现[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002: 73-74.
- [7] HOFFMAN M. Conventions for the analysis of spherical arrays [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1963, 11(4): 390-393.

### [本刊相关文献链接]

- 无线通信中使用随机天线阵列的物理层安全传输方法. 西安交通大学学报, 2010, 44(6): 62-66.
- 提高喇叭天线增益的超介质构建方法. 西安交通大学学报, 2011, 45(2): 92-96.
- 多模块构架式空间可展开天线背架的几何建模. 西安交通大学学报, 2011, 45(1): 111-116.
- 电大尺寸载体天线间宽带干扰耦合快速分析. 西安交通大学学报, 2007, 41(10): 1202-1205.
- 快速四阶累积量旋转不变子空间算法. 西安交通大学学报, 2009, 43(6): 88-92.
- 子阵和相位平滑的相位差方向估计方法. 西安交通大学学报, 2010, 44(10): 72-76.
- 被动合成阵列极大似然参数估计的快速方法. 西安交通大学学报, 2009, 43(12): 106-110.
- 一种适合任意阵列流型的相干信号波达方向估计算法. 西安交通大学学报, 2009, 43(6): 72-75.
- 多频体制下虚拟阵列映射聚焦方法. 西安交通大学学报, 2009, 43(4): 66-69.
- 一种新的浅海目标方位估计方法. 西安交通大学学报, 2008, 42(10): 1295-1299.
- 二维波达方向估计的非酉联合对角化方法. 西安交通大学学报, 2008, 42(6): 747-750.
- 相关衰落多输入多输出系统的参数化信道估计. 西安交通大学学报, 2007, 41(12): 1431-1435.

(编辑 刘杨)